2) Pour $n=1$; $u_1 = f(u_0) = f(-1) = 1 > 0$ (Vraie)

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Supposons que $u_n \geqslant 0$

et montrons que $u_{n+1} \geqslant 0$

• $u_n \geqslant 0 \Rightarrow 3 + 2u_n \geqslant 0$ et $2 + u_n \geqslant 0$

Donc $\frac{3+2u_n}{2+u_n} \geqslant 0 \Rightarrow u_{n+1} \geqslant 0$

Conclusion: $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $u_n \geqslant 0$

• Pour $n \in \mathbb{N}^*$; $u_n \geqslant 0$ donc $2 + u_n \geqslant 2$

donc $2 + u_n \neq 0$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$

• u_0 existe

$\Rightarrow$ (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$

3) a) $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+2} = \frac{2u_n+4-1}{u_n+2}$

$= \frac{2(u_n+2)-1}{u_n+2} = 2 - \frac{1}{u_n+2}$

$\Rightarrow$ $a = 2$ et $b = -1$

Qarray.tn-Agra Blech- Qarray.tn